

**Anton Negrilă**

**Maria Negrilă**

# **MATEMATICĂ**

**TEME RECAPITULATIVE**

**CLASA A VI-A**

EDIȚIA A IV-A, REVIZUITĂ ȘI ADĂUGITĂ

**Editura Paralela 45**

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4642/18.08.2021.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programă școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

Director de producție editorială: Ionuț Burcioiu

Redactare: Iuliana Ene, Andreea Roșca

Tehnoredactare: Roxana Pietreanu, Adriana Vlădescu

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**NEGRILĂ, ANTON**

**Matematică : teme recapitulative : clasa a VI-a /**

Anton Negrilă, Maria Negrilă. – Ed. a 4-a, reviz. și adăug. –

Pitești : Paralela 45, 2025

ISBN 978-973-47-4321-6

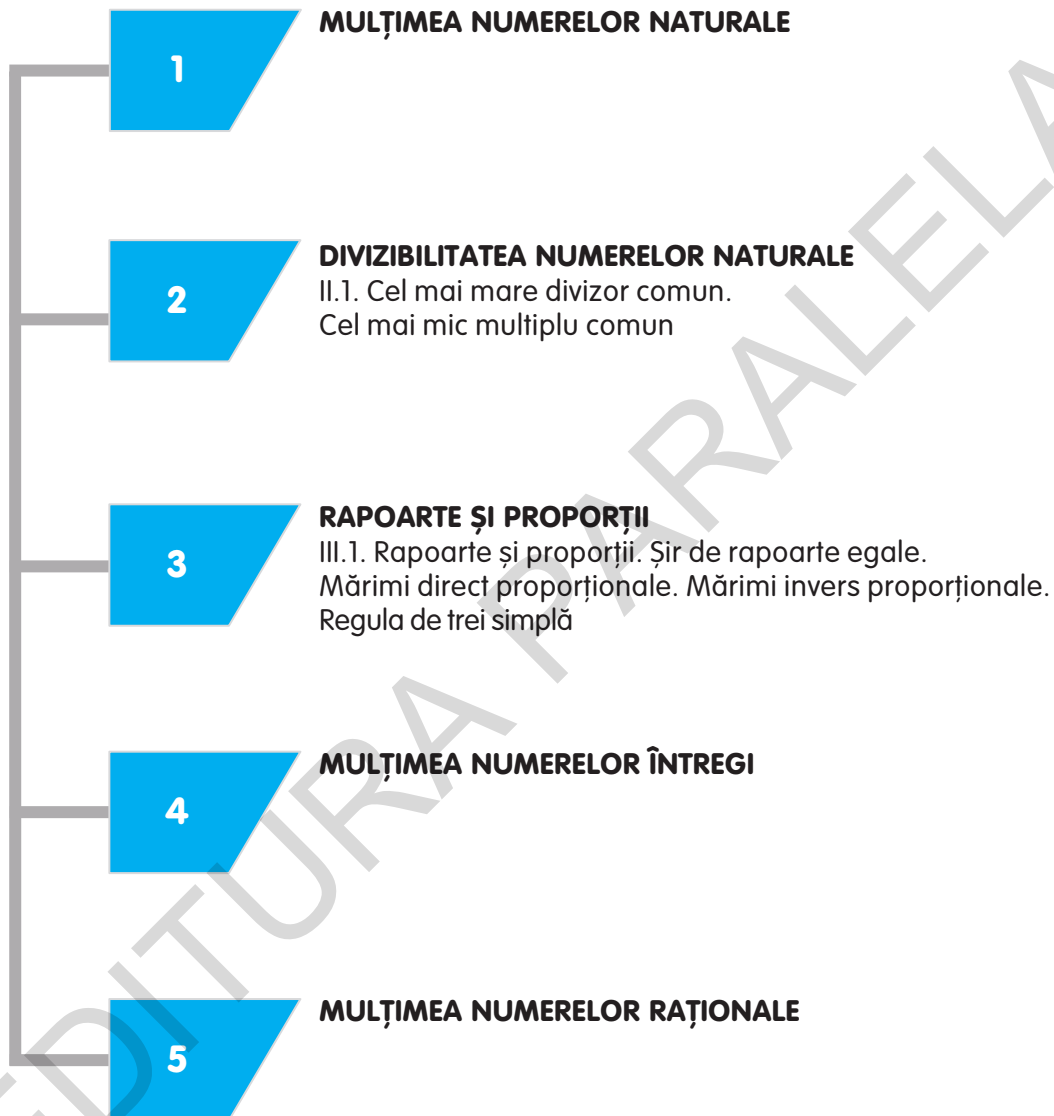
I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2025

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

[www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)



1. Se consideră mulțimea  $A = \{24, 36, 45, 56, 65, 100, 123, 125, 210, 245, 300, 330\}$ .
- a) Determinați mulțimile  $B = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 3\}$ ,  $C = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 2\}$  și  $D = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 5\}$ .
- b) Determinați mulțimile  $B \cap C$ ,  $C \cap D$  și  $B \cap C \cap D$ .
2. Se consideră mulțimile  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  și  $B = \{x \mid x = 1^n + n, \text{ unde } n \in A\}$ .
- a) Determinați elementele mulțimii  $B$ .
- b) Determinați card  $B$ .
3. Fie mulțimile  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  și  $B = \{x \mid x = 2a + 1, \text{ unde } a \in A\}$ .
- a) Determinați elementele mulțimii  $B$ .
- b) Calculați  $A \cap B$  și  $A \cup B$ .
4. Fie  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  și  $B = \{x \mid x = 2^a - a, \text{ unde } a \in A\}$ . Scrieți elementele mulțimii  $B$  și calculați card  $B$ .
5. Determinați elementele mulțimilor:
- a)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3 \text{ sau } 2^x = 16\}$ ;
- b)  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x = 1 \text{ sau } 2^x = 32\}$ ;
- c)  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\}$ ;
- d)  $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 27 \text{ și } x^2 \geq 4\}$ ;
- e)  $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } n^2, \text{ cu } n \in \mathbb{N}\}$ .
6. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$  și  $B = \{y \mid y = x + 1, x \in A\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
7. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$  și  $B = \{y \mid y = x + 2, x \in A\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
8. Fie mulțimile  $A = \{1, 3, 5\}$  și  $B = \{2, 3, 4\}$ . Determinați elementele mulțimii  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a + b, \text{ unde } a \in A \text{ și } b \in B\}$  și card  $C$ .
9. Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^k + 1, k \in \mathbb{N}, k < 4\}$ . Determinați elementele mulțimilor  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
10. Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \in \mathcal{D}_{18}\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \in \mathcal{D}_{12}\}$ . Determinați elementele mulțimilor  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
11. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 6\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 9\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ ,  $(A \cup B) - \{3, 5, 7, 9, 11\}$ .
12. Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 5\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 10\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ ,  $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\}$ .
13. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 4 \leq 2x \leq 14\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq 2x + 1 \leq 11\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ . Arătați că  $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B) = \text{card}(A - B) + \text{card}(B - A)$ .
14. Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 2 < 3\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 7 \leq 2x + 3 \leq 15\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ . Arătați că  $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ .

## II.1. CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN. CEL MAI MIC MULTIPLU COMUN

1. Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor:

- a) 90; 108; 144;    b) 120; 90; 150;    c) 162; 108; 96;    d) 180; 240; 270;    e) 270; 216; 162;  
 f) 480; 360; 540;    g) 288; 432; 486;    h) 324; 192; 216;    i) 240; 360; 420.

2. Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor:

- a) 324; 252; 288;    b) 210; 294; 336;    c) 144; 216; 288;    d) 252; 576; 504;    e) 252; 336; 420;  
 f) 378; 504; 567;    g) 288; 432; 720;    h) 360; 432; 504;    i) 448; 672; 896.

3. Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor:

- a) 32; 42; 48;    b) 54; 72; 108;    c) 72; 96; 216;    d) 36; 48; 84;    e) 56; 63; 42;  
 f) 45; 54; 63;    g) 72; 84; 96;    h) 48; 40; 60;    i) 90; 120; 108.

4. Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor:

- a) 90; 160; 216;    b) 135; 180; 225;    c) 225; 300; 270;    d) 162; 216; 270;    e) 126; 378; 252;  
 f) 198; 264; 396;    g) 240; 540; 480;    h) 540; 405; 324;    i) 144; 192; 432.

5. Determinați cifra  $x$  pentru care numerele naturale de forma:

- a)  $\overline{432x}$ ;    b)  $\overline{20x6}$ ;    c)  $\overline{x346}$ ;    d)  $\overline{x12x}$ ,  
 sunt divizibile cu 2.

6. Determinați cifra  $x$  pentru care numerele naturale de forma:

- a)  $\overline{24x6}$ ;    b)  $\overline{x573}$ ;    c)  $\overline{513x}$ ;    d)  $\overline{6x48}$ ,  
 sunt divizibile cu 3.

7. Determinați cifra  $x$  pentru care numerele naturale de forma:

- a)  $\overline{425x}$ ;    b)  $\overline{624x}$ ;    c)  $\overline{27x8}$ ;    d)  $\overline{x38x}$ ;    e)  $\overline{9x4x}$ ;    f)  $\overline{30x4}$ ;    g)  $\overline{x73x8}$ ,  
 sunt divizibile cu 4.

8. Determinați cifra  $x$  pentru care numerele naturale de forma:

- a)  $\overline{328x}$ ;    b)  $\overline{206xx}$ ;    c)  $\overline{x46x}$ ;    d)  $\overline{92x0}$ ,  
 sunt divizibile cu 5.

9. Determinați cifra  $x$  pentru care numerele naturale de forma:

- a)  $\overline{327x}$ ;    b)  $\overline{x4230}$ ;    c)  $\overline{8x06}$ ;    d)  $\overline{50x4}$ ;    e)  $\overline{3xx2}$ ;    f)  $\overline{xxx3}$ ,  
 sunt divizibile cu 9.

10. Determinați cifra  $x$  pentru care numerele naturale de forma:

- a)  $\overline{285x}$ ;    b)  $\overline{157x}$ ;    c)  $\overline{63x5}$ ;    d)  $\overline{48x0}$ ;    e)  $\overline{38xx}$ ,  
 sunt divizibile cu 25.

11. Fie numărul  $a = 2^{n+2} \cdot 5^{n+3} + 2^{n+1} \cdot 5^{n+4}$ .

- a) Scrieți descompunerea numărului în produs de puteri de factori primi.  
 b) Arătați că  $70 \mid a$ .

12. Fie numerele  $A = 2^{n+2} \cdot 5^{n+3} + 3$  și  $B = 2^n \cdot 5^{n+2} + 3$ . Calculați suma cifrelor numerelor  $A$ ,  $B$ ,  $A + B$  și  $A - B$ .

### III.1. RAPOARTE ȘI PROPORȚII. ȘIR DE RAPOARTE EGALE. MĂRIMI DIRECT PROPORȚIONALE. MĂRIMI INVERS PROPORȚIONALE. REGULA DE TREI SIMPLĂ

1. Calculați valoarea raportului  $\frac{a}{b}$  în fiecare dintre situațiile:

a)  $a = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$  și  $b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 7$ ;

b)  $a = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$  și  $b = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^5 \cdot 7^2$ ;

c)  $a = 3^6 \cdot 5^7 \cdot 11$  și  $b = 3^5 \cdot 5^8 \cdot 13$ ;

d)  $a = \frac{2}{3} + 3\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{25}$  și  $b = \frac{27}{50} + 3\frac{1}{3} : 2\frac{2}{9}$ ;

e)  $a = 3\frac{1}{3} + 2\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{18}$  și  $b = 7 + 3\frac{1}{3} : 6\frac{2}{3}$ .

2. Determinați al doilea termen al raportului  $\frac{a}{b} = k$ , știind că:

a)  $a = 123 \cdot 234 + 234 \cdot 877$  și  $k = 234 \cdot 743 - 234 \cdot 733$ ;

b)  $b = 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}$  și  $k = 2,75 + \frac{17}{20}$ ;

c)  $a = \left(3\frac{1}{3}\right)^2 - \left(2\frac{1}{2}\right)^2$  și  $k = 3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}$ ;

d)  $a = (2^7)^{13} \cdot (3^6)^{11}$  și  $k = (2^{15})^6 \cdot (3^{13})^5$ .

3. Un dreptunghi are raportul dimensiunilor egal cu  $\frac{2}{3}$ , iar aria egală cu  $216 \text{ cm}^2$ . Aflați perimetrul dreptunghiului.

4. Un dreptunghi are dimensiunile în raportul  $\frac{3}{8}$  și perimetrul egal cu 132, iar un al doilea dreptunghi are dimensiunile în raportul  $\frac{5}{6}$  și perimetrul egal cu 198. Calculați valoarea raportului ariilor.

5. a) Știind că  $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ , calculați valoarea raportului  $r = \frac{7a+8b}{14a-5b}$ .

b) Știind că  $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ , calculați valoarea raportului  $r = \frac{5x+7y}{9x-5y}$ .

c) Știind că  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ , calculați valoarea raportului  $r = \frac{4x+5y}{5x+4y}$ .

6. a) Știind că  $\frac{2x}{5y} = 0,15$ , calculați raportul  $\frac{10x-3y}{5y}$ . b) Știind că  $\frac{3x}{5y} = 0,4$ , calculați raportul  $\frac{4x+6y}{5x+y}$ .

c) Dacă  $\frac{3x}{5y} = \frac{3}{7}$ , calculați valoarea raportului  $\frac{2x+4y}{x+2y}$ .

7. a) Știind că  $\frac{5a+18}{7b+12} = \frac{3}{2}$ , calculați raportul  $\frac{a}{b}$ .

b) Știind că  $\frac{4x+9}{5y+6} = \frac{3}{2}$ , calculați raportul  $\frac{x}{y}$ .

1. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 4\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$ .

a) Determinați elementele mulțimilor  $A$  și  $B$ .

b) Calculați  $A \cup B$  și  $A \cap B$ .

2. Fie mulțimile  $A = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \in A\}$ .

a) Determinați elementele mulțimii  $B$ .

b) Calculați  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .

3. Comparați numerele  $a = 2^{33} + |2^{33} - 3^{22}|$  și  $b = 2^{20} - |3^{12} - 4^{10}|$ .

4. Arătați că  $a \in \mathbb{N}$ , știind că:

a)  $a = |-7 + x| - |x| + |-19| - |2|$ , unde  $x$  este număr întreg negativ;

b)  $a = |-15| + |-3 - x| - |x| - |8|$ , unde  $x \in \mathbb{Z}_+$ .

5. Efectuați calculele:

a)  $(-27) + (+18) + (-5) + (+11)$ ;

c)  $(-6) + (-14) + (+17) + (-4)$ ;

e)  $(+32) + (-18) + (+27) + (-34)$ ;

b)  $(-7) + (-33) + (+25) + (+10)$ ;

d)  $(-15) + (+11) + (-7) + (-9)$ ;

f)  $(-25) + (+29) + (-33) + (+19)$ .

6. Calculați:

a)  $(-18) + (-25) + (+19) + (-5)$ ;

c)  $(-43) + (-5) + (+38) + (+9)$ ;

e)  $(-45) + (+42) + (+28) + (-31)$ ;

b)  $(-10) + (-7) + (+34) + (-13)$ ;

d)  $(-40) + (+15) + (-7) + (+29)$ ;

f)  $(-33) + (+42) + (-27) + (+16)$ .

7. Calculați:

a)  $(-24) + (+19) + (-15) + (+17) + (-33)$ ;

c)  $(-26) + (-17) + (+42) + (-28) + (+19)$ ;

e)  $(-43) + (+26) + (-35) + (+29) + (-14)$ ;

b)  $(-18) + (+25) + (-36) + (+14) + (-23)$ ;

d)  $(-25) + (-18) + (+27) + (-33) + (+12)$ ;

f)  $(-32) + (+23) + (-27) + (+38) + (-13)$ .

8. Calculați:

a)  $(-26) - (-17) - (+6) - (-12)$ ;

c)  $(-19) - (-34) - (+25) - (-11)$ ;

e)  $(-14) - (-17) - (+26) - (-33)$ ;

b)  $(-36) - (-23) - (-19) - (+42)$ ;

d)  $(-28) - (+14) - (-23) - (-16)$ ;

f)  $(-34) - (-27) - (+18) - (-23)$ .

9. Calculați:

a)  $(-34) - (-18) - (-24) - (+37)$ ;

c)  $(-38) - (-25) - (+19) - (-31)$ ;

e)  $(-24) - (+12) - (-17) - (-13)$ ;

b)  $(-15) - (+12) - (-23) - (-16)$ ;

d)  $(-22) - (-35) - (+19) - (-21)$ ;

f)  $(-31) - (-19) - (+24) - (-17)$ .

10. Calculați:

a)  $(-27) - (-19) - (+23) - (-14) - (-17)$ ;

c)  $(-38) - (-27) - (+29) - (-34) - (+18)$ ;

e)  $(-54) - (-47) - (+33) - (-26) - (-12)$ ;

b)  $(-28) - (-32) - (+25) - (-26) - (+34)$ ;

d)  $(-42) - (-37) - (+48) - (-25) - (-16)$ ;

f)  $(-39) - (-48) - (+27) - (-35) - (+24)$ .

11. Calculați:

a)  $(-34) + (+28) - (+19) + (-25) - (-7)$ ;

c)  $(-26) + (+19) - (-28) + (-35) - (+9)$ ;

e)  $(-6) + (-45) - (-48) + (+37) - (+54)$ ;

b)  $(-11) + (-21) - (+16) + (+28) - (-19)$ ;

d)  $(-34) + (-25) - (-37) + (+42) - (+11)$ ;

f)  $(-18) + (+26) - (-33) + (+29) - (+17)$ .

## 12. Calculați:

a)  $(-14) + (+29) + (-56) - (-67) - (+27)$ ;

c)  $(-40) + (+62) - (+29) + (-56) - (-49)$ ;

e)  $(-43) + (+34) - (+19) + (-27) - (-28)$ ;

b)  $(-47) + (+33) + (-15) - (-35) - (+25)$ ;

d)  $(-48) + (+35) - (+17) + (-26) - (-39)$ ;

f)  $(-35) + (-29) - (-46) + (-14) - (-23)$ .

## 13. Calculați:

a)  $(-47) + (+33) + (-12) - (-17) - (+14)$ ;

c)  $(-26) - (-17) - (+6) + (+12) + (-21)$ ;

e)  $(-19) - (-24) - (+42) + (+27) + (-16)$ ;

b)  $(-28) + (+21) - (-17) + (+33) - (+19)$ ;

d)  $(-34) - (-25) - (-11) + (-36) + (+13)$ ;

f)  $(-23) - (-31) - (+39) + (+25) + (-17)$ .

## 14. Calculați:

a)  $(-14) - (-17) - (+26) + (+33) - (-28)$ ;

c)  $(-23) - (-16) - (+38) + (+25) + (-18)$ ;

e)  $(-29) - (-14) - (+32) + (+17) + (-15)$ ;

b)  $(-18) - (-24) - (+37) + (+15) + (-12)$ ;

d)  $(-25) - (-31) - (+22) + (+35) + (-19)$ ;

f)  $(-35) - (-43) + (+27) - (+21) + (-38)$ .

## 15. Calculați:

a)  $(-28) - (-42) - (-17) - [(-32) - (-17) + (-14) + (+9)]$ ;

b)  $(-27) - (-45) - (+34) - [(-48) - (-36) + (-13) + (+19)]$ ;

c)  $(-32) - (-43) - (+18) - [(-26) - (-19) + (-12) + (+9)]$ ;

d)  $(-24) - (-37) - (+29) - [(-18) - (+23) + (+27) + (-6)]$ ;

e)  $(-43) - (-38) - (+27) - [(-45) - (-32) + (-13) + (+8)]$ ;

f)  $(-25) - (-36) - (+39) - [(-24) - (-15) + (+28) + (-17)]$ .

## 16. Efectuați calculele:

a)  $(-11 - 32) - (16 - 23 - 41)$ ;

c)  $(-17 + 12) + (-15 + 23) - (-45 + 32)$ ;

e)  $(42 - 55 - 6) - (65 - 57 - 11)$ .

b)  $(-25 + 12) - (7 - 36 - 28)$ ;

d)  $(-17 + 23 - 15) - (-21 - 16 + 43)$ ;

## 17. Efectuați calculele:

a)  $-35 + [-23 - (-27 + 11 - 9) + 41] + (25 - 36)$ ;

c)  $34 - (20 - 42) - [(64 - 70) - (15 - 23 - 12)]$ ;

e)  $-54 - [-43 - (-17 - 59 + 38) - (-13)] + 25$ .

b)  $-(-20 - 15) - [(43 - 54) - (21 - 19 - 15)]$ ;

d)  $-63 - [-45 + (56 + 64 - 82) - (+62)] + 16$ ;

## 18. Efectuați calculele:

a)  $(-27 + 43) - \{[(-30 + 24) - (-18 + 25)] - (-37 + 53)\}$ ;

b)  $(-33 + 49) - \{[(-42 + 50) - (-24 + 35)] - (-29 + 34)\}$ ;

c)  $(-28 + 41) + [9 - (-42 + 51) + (17 - 25 + 33)]$ ;

d)  $(37 - 48) + [12 - (-21 + 33) + (43 - 37 - 11)]$ ;

e)  $[-35 + (-21 - 7 + 24) - (15 - 27 + 19) + 34] - (+73)$ ;

f)  $[-60 + (32 - 43) - (-24 + 15) - (+33)] + (-34 + 49)$ .

## 19. Efectuați calculele:

a)  $100 + \{-78 + [(-18 + 5) + 5 - (-30 + 52)] - (+20)\}$ ;

b)  $-13 - \{(-17 + 29) - (-16) - [-41 - (-29 + 8) - (-15)]\}$ ;

c)  $25 - \{-3 - [-34 + 28 - (-10 + 5) - (-9 + 5 + 11)] - (-2)\}$ ;

d)  $96 - \{-24 - [(-16 + 25) - (-53 + 35) + 12] - (-11 + 25)\}$ ;

e)  $-31 + \{-8 - [-12 + (-30 + 18) - (-42 + 28)] - (+24)\}$ ;

f)  $[(-15 + 27) - (13 - 29 + 16) - (17 - 34 + 10)] + (-14 + 23)$ .

1. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile, oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ :

a)  $\frac{2n+3}{3n+4}$ ;      b)  $\frac{2n+7}{n+3}$ ;      c)  $\frac{2n+3}{5n+7}$ ;      d)  $\frac{3n+7}{5n+12}$ .

2. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile, oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ :

a)  $\frac{3n+8}{2n+5}$ ;      b)  $\frac{6n+7}{7n+8}$ ;      c)  $\frac{3n+7}{4n+9}$ ;      d)  $\frac{6n+13}{7n+15}$ ;      e)  $\frac{4n+9}{5n+11}$ ;      f)  $\frac{7n+10}{2n+3}$ .

3. Arătați că fracția  $\frac{3n+8}{2n+1}$  este reductibilă și găsiți forma simplificată a fracției pentru  $n \in \mathbb{N}$ .

4. Se consideră fracția  $F = \frac{2 \cdot 3^n + 7}{3^{n+1} + 10}$ .

a) Scrieți fracțiile pentru  $n \in \{0, 1, 2, 3\}$  și precizați dacă sunt sau nu ireductibile.

b) Arătați că fracția  $F$  este ireductibilă pentru orice valoare a lui  $n \in \mathbb{N}$ .

5. Arătați că pentru orice valoare a lui  $\mathbb{N}$ , fracțiile următoare sunt ireductibile:

a)  $F = \frac{5 \cdot 7^n + 2}{7^{n+1} + 3}$ ;      b)  $F = \frac{7 \cdot 5^n + 4}{5^{n+1} + 3}$ ;      c)  $F = \frac{7 \cdot 2^n + 5}{2^{n+2} + 3}$ ;      d)  $F = \frac{3 \cdot 2^n + 4}{2^{n+2} + 5}$ ;      e)  $F = \frac{5 \cdot 2^n + 9}{2^{n+2} + 7}$ .

6. a) Demonstrați că fracția  $\frac{n}{n+1}$  este ireductibilă pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

b) Demonstrați că fracția  $\frac{6n}{6n+1}$  este ireductibilă pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

c) Demonstrați că fracția  $\frac{2 \cdot 6^n + 5}{6^{n+1} + 12}$  este ireductibilă pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

7. Arătați că fracțiile următoare sunt ireductibile pentru oricare  $x, n \in \mathbb{N}^*$ :

a)  $\frac{2x+5}{6x+19}$ ;      b)  $\frac{10x+13}{14x+19}$ ;      c)  $\frac{18x+17}{14x+15}$ ;      d)  $\frac{7x+13}{5x+9}$ ;      e)  $\frac{18n+13}{14n+11}$ ;      f)  $\frac{22n+7}{18n+5}$ .

8. Determinați valorile naturale ale lui  $n$  pentru care:

a)  $\frac{3n+9}{2n+1} \in \mathbb{N}$ ;      b)  $\frac{5n+3}{3n+1} \in \mathbb{N}$ ;      c)  $\frac{3n+15}{2n+3} \in \mathbb{N}$ ;      d)  $\frac{7n+12}{5n+3} \in \mathbb{N}$ ;      e)  $\frac{5n+19}{2n+1} \in \mathbb{N}$ ;      f)  $\frac{7n+9}{2n+1} \in \mathbb{N}$ .

9. Demonstrați că fracția  $\frac{n^2+n}{6n+2}$  este reductibilă pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

10. Demonstrați că fracția  $\frac{n^2-n}{8n+12}$  este reductibilă pentru orice  $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$ .

11. Demonstrați că fracția  $\frac{n^2+n+2x}{3n^2+3n+2y}$  este reductibilă pentru orice  $n, x, y \in \mathbb{N}^*$ .

12. Calculați suma  $S = \overline{0,a(bc)} + \overline{0,b(ca)} + \overline{0,c(ab)}$ , știind că media aritmetică a cifrelor  $a, b$  și  $c$  este 6.

13. Determinați cifrele  $a, b$  și  $c$ , știind că  $a+c=5b$  și  $\overline{a,b(c)} + \overline{b,c(a)} + \overline{c,a(b)} = 13,(3)$ .

14. Aflați cifrele  $x$  și  $y$  din egalitatea  $\overline{0,x(y1)} + \overline{0,x(y8)} = 0,7(10)$ .

15. Determinați valorile lui  $n \in \mathbb{N}$  pentru care:

a)  $\frac{1}{2} < \frac{n+2}{4} < \frac{5}{3}$ ;

b)  $\frac{2}{5} < \frac{n-1}{10} < \frac{13}{15}$ ;

c)  $\frac{8}{9} < \frac{2n-1}{18} < \frac{3}{2}$ ;

d)  $\frac{7}{8} < \frac{2n-1}{24} < \frac{4}{3}$ ;

e)  $\frac{11}{21} < \frac{3n-2}{14} < \frac{6}{7}$ ;

f)  $\frac{2}{5} < \frac{2n+13}{15} < \frac{4}{3}$ .

16. Determinați valorile lui  $n \in \mathbb{N}$  pentru care:

a)  $\frac{1}{4} < \frac{(n+1)^2}{24} < \frac{5}{3}$ ;

b)  $\frac{1}{4} < \frac{(2n+1)^2}{36} < \frac{7}{3}$ ;

c)  $\frac{1}{4} < \frac{(3n-1)^2}{48} < \frac{5}{3}$ .

17. Știind că  $a \in \mathbb{Z}^*$  și  $b \in \mathbb{Z}$ , astfel încât  $|a| \leq 3$  și  $|b| = 4$ , determinați numerele raționale de forma  $\frac{a}{b}$  și scrieți-le în ordine crescătoare.

18. Arătați că:

a)  $\frac{1}{3} < \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \dots + \frac{1}{30} < 1$ ;

b)  $0,(6) < \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{90} < 2$ ;

c)  $\frac{1}{2} < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2012} < 1$ ;

d)  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{401^2} < \frac{400}{401}$ .

19. Arătați că:

a)  $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} < \frac{1}{2}$ ;

b)  $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{2015}{1007^2 \cdot 1008^2} < 1$ .

20. Calculați:

a)  $\frac{3}{8} - \frac{1}{18} + \frac{7}{12} - \frac{5}{6}$ ;

b)  $\frac{9}{28} - \frac{11}{42} + \frac{3}{14} - \frac{5}{21}$ ;

c)  $\frac{5}{12} + \frac{7}{18} - \frac{11}{24} - \frac{1}{36}$ ;

d)  $\frac{5}{14} - \frac{3}{28} + \frac{8}{21} - \frac{1}{6}$ ;

e)  $\frac{5}{6} - \frac{7}{18} + \frac{8}{9} - \frac{1}{24}$ ;

f)  $\frac{8}{15} - \frac{7}{30} + \frac{9}{10} - \frac{5}{6}$ .

21. Calculați:

a)  $\left(\frac{8}{15} + \frac{9}{10}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5}\right)$ ;

b)  $\left(\frac{4}{9} + \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{18}\right)$ ;

c)  $\left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) - \left(\frac{17}{18} - \frac{11}{24}\right)$ ;

d)  $\left(\frac{17}{24} + \frac{5}{18}\right) - \left(\frac{11}{12} - \frac{4}{9}\right)$ ;

e)  $\left(\frac{3}{10} + \frac{4}{15}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{20}\right)$ ;

f)  $\left(\frac{5}{8} + \frac{4}{7}\right) - \left(\frac{13}{14} - \frac{3}{4}\right)$ .

22. Calculați:

a)  $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} + \frac{11}{12}\right) - \left(\frac{7}{8} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$ ;

b)  $\left(\frac{23}{42} + \frac{13}{14} - \frac{8}{21}\right) - \left(\frac{5}{28} + \frac{4}{21} - \frac{2}{7}\right)$ ;

c)  $\left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} - \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5} + \frac{7}{10}\right)$ ;

d)  $\left(\frac{7}{12} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{11}{18} + \frac{5}{9}\right)$ ;

e)  $\left(\frac{10}{9} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) - \left(\frac{8}{9} - \frac{5}{36} - \frac{7}{18}\right)$ ;

f)  $\left(\frac{17}{12} - \frac{5}{18} + \frac{7}{9}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{18} + \frac{3}{4}\right)$ .

1

## NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct.  
Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare.  
Bisectoarea unui unghi  
I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism  
I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă  
I.4. Cerc. Unghi la centru

2

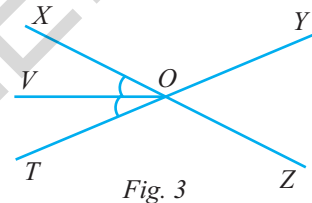
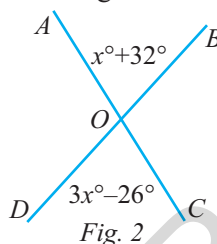
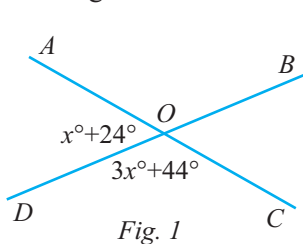
## TRIUNGHIUL

II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi.  
Metoda triunghiurilor congruente.  
Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral,  
ale triunghiului dreptunghic

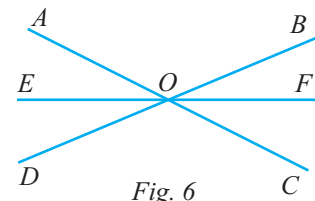
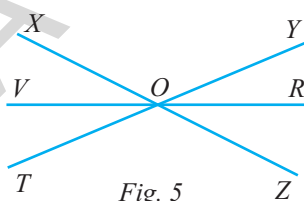
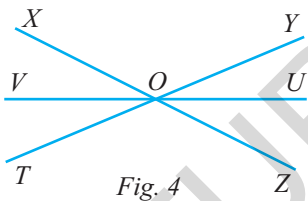
EDITURA PARALELA 45

### 1.1. UNGHIURI OPUSE LA VÂRF. UNGHIURI ÎN JURUL UNUI PUNCT. UNGHIURI SUPLEMENTARE. UNGHIURI COMPLEMENTARE. BISECTOAREA UNUI UNGHI

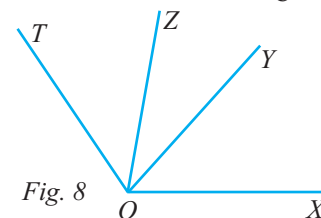
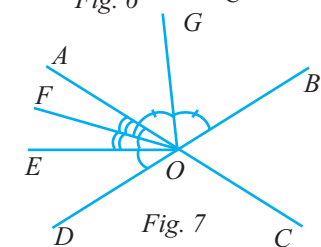
- În figura 1, dreptele  $AC$  și  $BD$  se intersectează în punctul  $O$ , astfel încât  $\sphericalangle AOD = x^\circ + 24^\circ$  și  $\sphericalangle COD = 3x^\circ + 44^\circ$ . Determinați valoarea lui  $x$ .
- În figura 2, dreptele  $AC$  și  $BD$  se intersectează în punctul  $O$ , astfel încât  $\sphericalangle AOB = x^\circ + 32^\circ$  și  $\sphericalangle COD = 3x^\circ - 26^\circ$ . Determinați valoarea lui  $x$ .
- În figura 3, unghiurile  $XOY$  și  $ZOT$  sunt opuse la vârf. Semidreapta  $OV$  este bisectoarea unghiului  $XOT$ , iar măsura unghiului  $YOZ = 138^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor  $YOZ$ ,  $XOY$ ,  $XOT$  și  $ZOT$ .



- În figura 4, unghiurile  $XOT$  și  $YOZ$  sunt opuse la vârf. Semidreapta  $OV$  este bisectoarea unghiului  $XOT$ , iar semidreapta  $OU$  este opusa lui  $OV$ , astfel încât  $\sphericalangle XOY = 4\sphericalangle XOT$ . Calculați măsura unghiului  $XOY$ .
- În figura 5, unghiurile  $XOY$  și  $ZOT$  sunt opuse la vârf, semidreapta  $OV$  este bisectoarea unghiului  $XOT$  și semidreapta  $OR$  este opusa lui  $OV$ . Demonstrați că  $\sphericalangle XOR \equiv \sphericalangle ROT$ .
- În figura 6, unghiurile  $AOB$  și  $COD$  sunt opuse la vârf. Semidreapta  $OE$  este bisectoarea unghiului  $AOD$ , iar semidreapta  $OF$  este bisectoarea unghiului  $BOC$ . Arătați că punctele  $E, O, F$  sunt coliniare.



- În figura 7, unghiurile  $AOB$  și  $COD$  sunt opuse la vârf. Semidreapta  $OE$  este bisectoarea unghiului  $AOD$ , semidreapta  $OF$  este bisectoarea unghiului  $AOE$ , iar semidreapta  $OG$  este bisectoarea unghiului  $BOF$ . Știind că  $11\sphericalangle DOF = 4\sphericalangle BOF$ , calculați măsura unghiului  $COD$ .
- În figura 8 sunt reprezentate semidreptele  $OX, OY, OZ$  și  $OT$ , astfel încât  $\sphericalangle XOY = 48^\circ$ ,  $\sphericalangle YOZ = 32^\circ$  și  $\sphericalangle ZOT = 56^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor  $XOZ, YOT$  și  $XOT$ .



- Punctele  $A, O, B$  sunt coliniare, iar semidreptele  $OC$  și  $OD$  sunt în același semiplan determinat de dreapta  $AB$ , astfel încât  $5\sphericalangle AOC = 2\sphericalangle COD$ , iar  $\sphericalangle BOD = 40^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOC$  și  $COD$ .

10. În figura 9 sunt reprezentate semidreptele  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ ,  $OD$ ,  $OE$ ,  $OF$  și  $OG$ , astfel încât  $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle COD \equiv \sphericalangle DOE \equiv \sphericalangle EOF \equiv \sphericalangle FOG$ , iar măsura unghiului  $BOF$  este egală cu  $112^\circ$ .

a) Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $AOD$ ,  $AOF$  și  $AOG$ .

b) Calculați măsurile unghiurilor  $BOE$ ,  $COF$ ,  $COG$  și  $BOG$ .

11. În figura 10 sunt reprezentate unghiurile neadiacente  $AOB$  și  $AOC$ , iar semidreptele  $OM$  și  $ON$  sunt bisectoarele unghiurilor  $AOB$ , respectiv  $AOC$ , astfel încât  $\sphericalangle AOM = 36^\circ$  și  $\sphericalangle CON = 68^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $BON$  și  $COM$ .

12. În figura 11 sunt reprezentate unghiurile adiacente suplementare  $AOB$  și  $BOC$ , iar semidreptele  $OM$ , respectiv  $ON$  sunt bisectoarele unghiurilor  $AOB$ , respectiv  $BOC$ , astfel încât  $\sphericalangle BON = 4\sphericalangle BOM$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $AON$ ,  $MOC$  și  $MON$ .

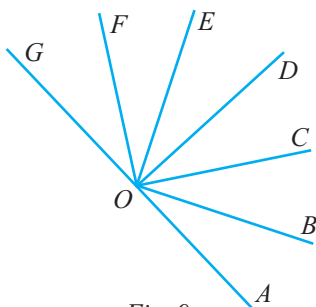


Fig. 9

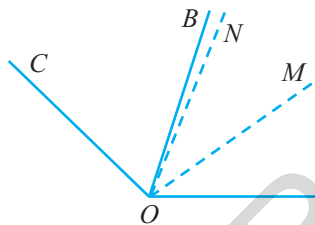


Fig. 10

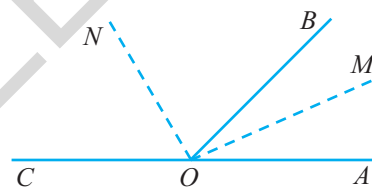


Fig. 11

13. Se consideră unghiurile adiacente  $AOB$  și  $BOC$ , iar semidreapta  $OD$  este opusă semidreptei  $OA$ , astfel încât  $5\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle BOC$  și  $7\sphericalangle BOC = 5\sphericalangle COD$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$  și  $COD$ .

14. Se consideră unghiul alungit  $AOD$  și semidreptele  $OB$  și  $OC$  situate în semiplane opuse determinate de dreapta  $AD$ , astfel încât  $\sphericalangle AOB = 48^\circ$  și  $\sphericalangle AOC = 132^\circ$ .

a) Determinați măsurile unghiurilor  $BOD$  și  $COD$ . b) Arătați că punctele  $B$ ,  $O$ ,  $C$  sunt coliniare.

15. Unghiurile  $XOY$  și  $YOZ$  sunt adiacente suplementare, iar semidreptele  $OT$  și  $OV$  sunt bisectoarele unghiurilor  $XOY$ , respectiv  $YOZ$ . Calculați măsura unghiului  $TOV$ .

16. În figura 12 sunt reprezentate punctele coliniare  $A$ ,  $O$ ,  $E$  și semidreptele  $OB$ ,  $OC$  și  $OD$ , astfel încât  $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle DOE$ ,  $4\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle BOC$  și  $2\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle COD$ .

a) Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOE$ .

b) Dacă semidreapta  $OM$  este opusă semidreptei  $OD$ , arătați că semidreapta  $OA$  este bisectoarea unghiului  $BOM$  și calculați măsura unghiului  $COM$ .

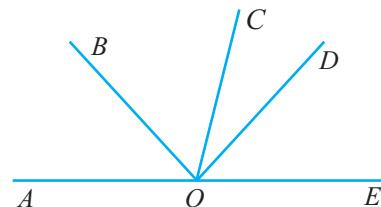


Fig. 12

17. Unghiurile  $AOB$  și  $BOC$  sunt adiacente suplementare, astfel încât  $2\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle BOC$ , iar semidreapta  $OD$  este bisectoarea unghiului  $AOB$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$  și  $COD$ .

18. Unghiurile  $AOB$  și  $BOC$  sunt adiacente suplementare, astfel încât  $\sphericalangle BOC = \frac{1}{4}\sphericalangle AOB$ . Semidreapta  $OD$  este bisectoarea unghiului  $BOC$ , iar semidreapta  $OE$  este interioară unghiului  $AOB$ , astfel încât  $\sphericalangle EOD = 90^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $AOE$  și  $EOC$ .

19. Se consideră unghiul alungit  $AOB$  și semidreptele  $OC$  și  $OD$  situate în același semiplan, determinat de dreapta  $AB$ , astfel încât  $\sphericalangle COD = 90^\circ$ , iar semidreptele  $OE$ , respectiv  $OF$  sunt bisectoarele unghiurilor  $AOC$ , respectiv  $BOD$ . Dacă  $4\sphericalangle AOC = 5\sphericalangle BOD$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOC$ ,  $BOD$ ,  $AOF$ ,  $BOE$  și  $EOF$ .

20. Se consideră unghiul  $AOB$ , având măsura egală cu  $160^\circ$ . În semiplanul determinat de  $OA$  ce conține semidreapta  $OB$ , se construiește semidreapta  $OC$ , astfel încât măsura unghiului  $AOC$  să fie de trei ori mai mică decât măsura unghiului  $BOC$ . Dacă semidreapta  $OM$  este bisectoarea unghiului  $AOC$  și în același semiplan de mai sus se duce semidreapta  $ON$ , interioară unghiului  $BOC$ , cu  $\sphericalangle MON = 90^\circ$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOC$ ,  $BOC$ ,  $BON$  și  $BOM$ .

21. Două unghiuri adiacente și complementare au diferența măsurilor lor egală cu  $36^\circ$ . Determinați măsurile acestor unghiuri.

22. Se consideră punctele coliniare  $A, O, B$ , iar în același semiplan determinat de dreapta  $AB$  se duc semidreptele  $OC$  și  $OD$ , astfel încât  $\frac{\sphericalangle AOC}{6} = \frac{\sphericalangle BOD}{3}$  și  $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle BOD$ . Dacă semidreapta  $OM$  este bisectoarea unghiului  $AOC$  și semidreapta  $ON$  este bisectoarea unghiului  $BOD$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOC$ ,  $BOD$ ,  $COD$  și  $MON$ .

23. Se consideră unghiurile adiacente și suplementare  $MON$  și  $NOP$  ( $\sphericalangle MON < \sphericalangle NOP$ ). În semiplanul determinat de dreapta  $MP$  ce conține semidreapta  $ON$  se duc semidreapta  $OR$  și semidreapta  $OS$ , astfel încât  $\sphericalangle NOR = 90^\circ$  și  $\sphericalangle SOP = 90^\circ$ . Dacă semidreapta  $OT$  este bisectoarea unghiului  $MON$  și semidreapta  $OQ$  este bisectoarea unghiului  $SOR$ , iar  $3\sphericalangle MON = 2\sphericalangle POR$ , calculați măsurile unghiurilor  $MON$ ,  $POR$  și  $TOQ$ .

24. Unghiurile  $AOB$  și  $BOC$  sunt adiacente și suplementare, cu  $\sphericalangle AOB = 4\sphericalangle BOC$ . Semidreapta  $OM$  este bisectoarea unghiului  $BOC$ , semidreapta  $ON$  se află în același semiplan determinat de dreapta  $AC$  cu semidreapta  $OM$ , astfel încât  $\sphericalangle NOC = 90^\circ$ , iar semidreapta  $OP$  este opusa semidreptei  $OM$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $MON$ ,  $COP$  și  $BON$ .

25. În figura 13 sunt reprezentate unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$  adiacente două câte două, având interioarele disjuncte. Știind că măsurile lor verifică egalitățile:  $\frac{\sphericalangle AOB}{2} = \frac{\sphericalangle BOC}{3} = \frac{\sphericalangle COD}{5} = \frac{\sphericalangle DOA}{8}$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ,  $DOA$ ,  $AOC$  și  $BOD$ .

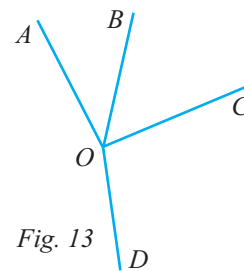


Fig. 13

26. În jurul punctului  $O$  sunt situate unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$ , astfel încât  $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle AOD = 2\sphericalangle BOC$ .

a) Calculați măsurile unghiurilor formate în jurul punctului  $O$ .

b) Arătați că punctele  $B, O, D$  sunt coliniare.

c) Calculați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor  $AOB$  și  $AOD$ .

27. Se consideră unghiurile  $AOB$  și  $BOD$  adiacente suplementare, iar punctul  $C \in \text{Int}(\sphericalangle BOD)$ . Știind că unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$  și  $COD$  sunt ascuțite și cu măsurile exprimate prin numere naturale, iar  $\sphericalangle AOB = \frac{1}{5}\sphericalangle COD$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$  și  $COD$ .

- 28.** Unghiurile  $AOB$  și  $BOC$  sunt adiacente, astfel încât  $\sphericalangle AOB = \frac{3}{5}\sphericalangle BOC$ , semidreptele  $OE$  și  $OF$  sunt bisectoarele unghiurilor  $AOB$ , respectiv  $BOC$ , iar  $\sphericalangle EOF = 84^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$  și  $AOC$ .
- 29.** Se consideră unghiurile  $AOB$  și  $BOC$  adiacente suplementare, cu  $\sphericalangle AOB > \sphericalangle BOC$ . Fie punctul  $D \in \text{Int}(\sphericalangle AOB)$ , astfel încât  $\sphericalangle DOB = 90^\circ$ , iar semidreapta  $OE$  este bisectoarea unghiului  $AOB$ .
- a)** Arătați că  $\sphericalangle DOE = \frac{1}{2}\sphericalangle BOC$ .
- b)** Dacă  $\sphericalangle DOE = \frac{2}{5}\sphericalangle AOD$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOD$  și  $BOE$ .
- 30.** Se consideră perechile de unghiuri adiacente  $AOB$  și  $BOC$ , respectiv  $BOC$  și  $COD$ , astfel încât  $\sphericalangle AOD = 180^\circ$ , iar semidreptele  $OE$  și  $OF$  sunt bisectoarele unghiurilor  $AOB$ , respectiv  $COD$ .
- a)** Dacă  $\sphericalangle EOF = 120^\circ$ , calculați măsura unghiului  $BOC$ .
- b)** Dacă  $\frac{\sphericalangle AOB}{\sphericalangle BOC} = \frac{2}{3}$  și  $\frac{\sphericalangle BOC}{\sphericalangle COD} = \frac{3}{7}$ , calculați măsurile acestor unghiuri.
- 31.** Se consideră unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ,  $DOE$ ,  $EOF$  și  $FOA$  în jurul punctului  $O$ . Unghiurile  $AOB$  și  $DOE$  sunt opuse la vârf, iar măsura unghiului  $COD$  este egală cu măsura unghiului  $AOF$ .
- a)** Arătați că  $\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle EOF$ .
- b)** Dacă  $OM$  și  $ON$  sunt bisectoarele unghiurilor  $AOB$ , respectiv  $COD$ , arătați că  $\sphericalangle MON > 90^\circ$ .
- 32.** Fie unghiurile  $MON$ ,  $NOP$ ,  $POT$  și  $TOM$  formate în jurul punctului  $O$ . Știind că  $3\sphericalangle MON = 4\sphericalangle POT$ ,  $4\sphericalangle MOP = 5\sphericalangle NOT$  și  $\sphericalangle MOT = 7\sphericalangle NOP$ , calculați măsurile unghiurilor din jurul punctului  $O$ .
- 33.** Fie unghiurile  $XOY$ ,  $YOZ$  și  $ZOX$  formate în jurul punctului  $O$ . Notăm semidreptele  $OM$ ,  $ON$ , respectiv  $OP$  ca fiind bisectoarele celor trei unghiuri, respectând ordinea dată. Știind că  $\frac{1}{5}\sphericalangle MON = \frac{1}{7}\sphericalangle NOP = \frac{1}{6}\sphericalangle POM$ , calculați:
- a)** măsurile unghiurilor  $XOY$ ,  $YOZ$ , respectiv  $ZOX$ ;
- b)** măsura unghiului  $AOB$ , unde semidreapta  $OA$  este bisectoarea unghiului  $MOY$  și semidreapta  $OB$  este bisectoarea unghiului  $ZOP$ .
- 34.** Se consideră unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$  formate în jurul punctului  $O$ , astfel încât  $5\sphericalangle AOB$  este egal cu dublul măsurii suplementului complementului său, unghiul  $BOC$  este obtuz, unghiul  $COD$  este complementul suplementului unghiului  $BOC$ , iar  $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOD$ .
- a)** Calculați măsurile unghiurilor formate în jurul punctului  $O$ .
- b)** Dacă  $OM$  este bisectoarea unghiului  $COD$ , calculați măsura unghiului  $BOM$ .
- 35.** Se consideră semidreptele  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  și  $OD$ , în această ordine, astfel încât să avem:  $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle COD = 100^\circ$ . Știind că  $a, b, c$  sunt numere prime, astfel încât  $a + 3b + 6c = 39$  și  $b \cdot \sphericalangle AOB = a \cdot \sphericalangle BOC$  și  $c \cdot \sphericalangle BOC = b \cdot \sphericalangle COD$ , calculați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor  $BOC$  și  $COD$ .
- 36.** În jurul punctului  $O$  sunt patru unghiuri,  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$ , astfel încât  $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB + 20^\circ$ ,  $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle AOB - 10^\circ$ ,  $\sphericalangle DOA = 4\sphericalangle AOB + 30^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor.

## II.1. TRIUNGHIIUL. LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHII. METODA TRIUNGHIIURILOR CONGRUENTE. PROPRIETĂȚI ALE TRIUNGHIIULUI ISOSCEL, ALE TRIUNGHIIULUI ECHILATERAL, ALE TRIUNGHIIULUI DREPTUNGHIIC

**Teoremă:** Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi este  $180^\circ$ .

**Definiție:** Se numește unghi exterior unui triunghi un unghi care este adiacent și suplementar cu unul dintre unghiurile triunghiului.

**Teoremă:** Măsura unui unghi exterior unui triunghi este egală cu suma măsurilor celor două unghiuri ale triunghiului neadiacente lui (sau nealăturate lui).

**Consecință:** Suma măsurilor celor șase unghiuri exterioare unui triunghi este  $720^\circ$ .

### Linii importante în triunghi

#### Bisectoarele unghiurilor unui triunghi

**Teoremă:** *Bisectoarele unghiurilor unui triunghi* sunt concurente, iar punctul lor comun este situat la distanțe egale față de laturile triunghiului. Dacă  $I$  este punctul de intersecție a bisectoarelor unghiurilor unui triunghi, atunci  $d(I, AB) = d(I, AC) = d(I, BC)$ . Punctul  $I$  se numește *centrul cercului înscris în triunghi*.

**Teoremă:** Un punct interior unui unghi aparține bisectoarei unghiului dacă și numai dacă este egal depărtat de laturile unghiului.

#### Mediatoarele laturilor unui triunghi

**Teoremă:** Un punct aparține mediatorului unui segment dacă și numai dacă este egal depărtat de capetele segmentului.

**Teoremă:** În orice triunghi mediatorii laturilor sunt concurente într-un punct  $O$  care este *centrul cercului circumscris triunghiului* și este situat la aceeași distanță de vârfurile triunghiului.

#### Înălțimile unui triunghi

**Definiție:** Perpendiculara coborâtă din vârful unui triunghi pe latura opusă se numește *înălțime* a triunghiului.

**Teoremă:** Înălțimile unui triunghi sunt concurente. Punctul lor comun se numește *ortocentrul triunghiului* și se notează cu  $H$ .

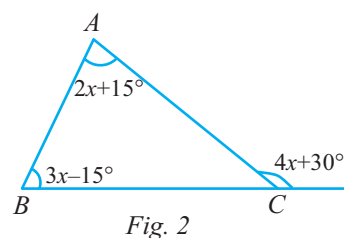
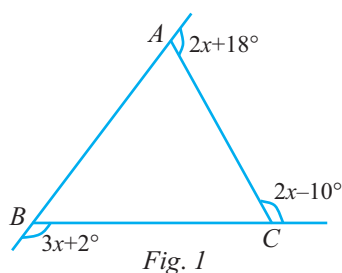
#### Medianele unui triunghi

**Definiție:** Segmentul care unește vârful unui triunghi cu mijlocul laturii opuse se numește *mediană*.

**Teoremă:** Medianele unui triunghi sunt concurente. Punctul lor comun se notează de obicei cu  $G$ . Se numește *centrul de greutate al triunghiului* și este situat pe fiecare mediană la o treime de bază și două treimi față de vârf.

**Observație:** O proprietate importantă a triunghiului isoscel pe care o vom demonstra mai târziu, dar pe care o vom folosi acum în rezolvarea problemelor este: într-un triunghi isoscel unghiurile alăturate bazei sunt congruente și reciproc, dacă un triunghi are două unghiuri congruente, atunci el este isoscel, iar cele două unghiuri sunt alăturate bazei.

1. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că ele sunt direct proporționale cu numerele 3, 4 și 5.
2. În triunghiul  $ABC$  măsura unghiului  $B$  este cu  $28^\circ$  mai mare decât măsura unghiului  $A$ , iar măsura unghiului  $C$  este cu  $32^\circ$  mai mică decât triplul măsurii unghiului  $B$ . Calculați măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .
3. Într-un triunghi  $ABC$  măsurile unghiurilor sale satisfac egalitățile:  $2 \cdot \sphericalangle A = 3 \cdot \sphericalangle B = 6 \cdot \sphericalangle C$ . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .
4. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că ele sunt exprimate în grade prin trei numere naturale consecutive.
5. Suma măsurilor a două unghiuri ale unui triunghi este egală cu  $108^\circ$ , iar suma măsurilor altor două unghiuri ale triunghiului este egală cu  $116^\circ$ . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.
6. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că sunt invers proporționale cu numerele 3, 4 și 6.
7. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că sunt direct proporționale cu numerele 3, 4 și 8.
8. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că sunt exprimate în grade, prin numere naturale consecutive pare.
9. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că ele sunt invers proporționale cu numerele 0,25; 0,5 și 0,1(6).
10. Un unghi exterior al unui triunghi are măsura egală cu  $48^\circ$ , iar un unghi exterior al triunghiului are măsura egală cu  $124^\circ$ . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.
11. Două dintre unghiurile exterioare ale unui triunghi cu măsurile egale cu  $128^\circ$ , respectiv  $96^\circ$ . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.
12. Un triunghi isoscel are un unghi cu măsura de  $68^\circ$ . Care sunt măsurile celorlalte unghiuri ale triunghiului?
13. Măsura unui unghi al unui triunghi este egală cu suma măsurilor celorlalte două unghiuri ale triunghiului. Arătați că triunghiul este dreptunghic.
14. Un triunghi isoscel are un unghi cu măsura de  $110^\circ$ . Care sunt măsurile celorlalte unghiuri ale triunghiului.
15. Arătați că dacă măsura unui unghi exterior al unui triunghi isoscel este egală cu  $120^\circ$ , atunci triunghiul este echilateral.
16. Determinați valoarea lui  $x$  din figura 1.
17. Determinați valoarea lui  $x$  din figura 2.

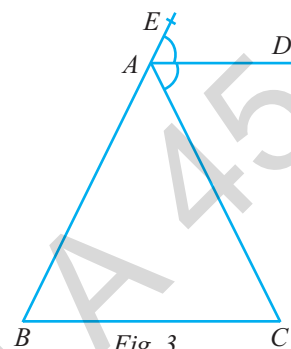


18. În triunghiul isoscel  $ABC$ , cu  $AB \equiv AC$ , se duce  $BD \perp AC$ ,  $D \in AC$  și  $CF \perp AB$ ,  $F \in AB$ ,  $BD \cap CF = \{H\}$ , iar  $\sphericalangle CHD = 50^\circ$ . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .

19. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi  $ABC$  pentru care avem:

$$\sphericalangle A = \frac{7}{13} \cdot \sphericalangle B = \frac{7}{16} \cdot \sphericalangle C.$$

20. În figura 3 este reprezentat triunghiul isoscel  $ABC$ , cu  $AB \equiv AC$ , iar semidreapta  $AD$  este bisectoarea unghiului exterior  $EAC$ , cu  $\sphericalangle EAD = 62^\circ$ . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .



21. În triunghiul  $ABC$ ,  $BD$  este bisectoarea unghiului  $ABC$ ,  $D \in AC$ , iar  $CE$  este bisectoarea unghiului  $ACB$ ,  $E \in AB$ , cu  $BD \cap CE = \{I\}$ .

a) Calculați măsura unghiului  $BIC$  în funcție de măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .

b) Dacă  $\sphericalangle IBA = 20^\circ$  și  $\sphericalangle ICB = 40^\circ$ , calculați măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .

22. În triunghiul  $ABC$ ,  $AD$  este bisectoarea unghiului  $BAC$ ,  $D \in BC$  și  $CE$  este bisectoarea unghiului  $ACB$ ,  $E \in AB$ , cu  $BD \cap CE = \{I\}$ , iar  $\sphericalangle BAI = 26^\circ 30'$  și  $\sphericalangle ACI = 22^\circ 30'$ . Calculați:

a) măsurile unghiurilor  $DAC$  și  $BCE$ ;

b) măsurile unghiurilor  $BAC$ ,  $ACB$  și  $ABC$ .

23. În interiorul triunghiului  $ABC$  se consideră un punct  $I$ , astfel încât  $\sphericalangle BAI \equiv \sphericalangle CAI$  și  $\sphericalangle ACI \equiv \sphericalangle BCI$ .

a) Arătați că  $\sphericalangle ABI \equiv \sphericalangle CBI$ ;

b) Dacă  $\sphericalangle CAB = 72^\circ$ , calculați măsura unghiului  $BIC$ .

24. Se consideră triunghiul  $ABC$  și un punct  $I$  interior triunghiului  $ABC$ , astfel încât  $\sphericalangle ACI \equiv \sphericalangle BCI$  și  $\sphericalangle CAI \equiv \sphericalangle CBI$ . Dacă  $CI \cap AB = \{D\}$ , demonstrați că  $ID$  este bisectoarea unghiului  $AIB$ .

25. Se consideră segmentele  $AB$  și  $CD$ , astfel încât  $AB \cap CD = \{E\}$  și  $\sphericalangle ADE \equiv \sphericalangle AED$ , iar  $\sphericalangle BCE \equiv \sphericalangle BEC$ . Demonstrați că:

a)  $AD \parallel BC$ ;

b) Dacă semidreptele  $AF$  și  $BG$  sunt biseectoarele unghiurilor  $DAE$ , respectiv  $CBE$ , cu  $F, G \in CD$ , atunci  $AF \parallel BG$ .

26. În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$ ,  $CE$  este bisectoarea unghiului  $ACB$ ,  $E \in AB$  și  $AF$  este bisectoarea unghiului  $BAD$ ,  $F \in BD$ , iar  $CE \cap AF = \{M\}$ . Calculați măsura unghiului  $AMC$ .

27. Se consideră triunghiul  $ABC$ , iar punctul  $D$  aparține semidreptei  $CB$ , unde punctul  $B$  este interior segmentului  $DC$ , iar punctul  $E$  aparține semidreptei  $BC$ , unde punctul  $C$  este interior segmentului  $BE$ . Dacă bisectoarea unghiului  $ABD$  se intersectează cu bisectoarea unghiului  $ACE$  în punctul  $P$ , demonstrați că  $AP$  este bisectoarea unghiului  $BAC$ .

28. Se consideră punctele distincte  $M, N, P$  situate în interiorul unghiului  $AOB$ , astfel încât punctele  $M, N, P$  sunt egale depărtate de laturile  $OA$  și  $OB$  ale unghiului  $AOB$ . Demonstrați că punctele  $M, N$  și  $P$  sunt coliniare.

29. În triunghiul  $ABC$ ,  $CM$  este bisectoarea unghiului  $ACB$ , cu  $M$  punct exterior laturii  $AB$ , iar  $MN \perp AC$  și  $MP \perp BC$ , unde punctul  $N$  se află pe semidreapta  $CA$  și punctul  $P$  este interior laturii  $BC$ . Bisectoarea unghiului  $ABC$  intersectează pe  $MP$  în punctul  $Q$ . Dacă  $QT \perp AB$ ,  $T \in AB$ , demonstrați că  $MQ = MN - QT$ .

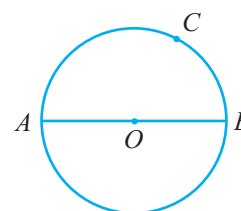
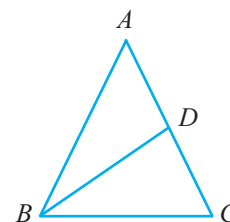
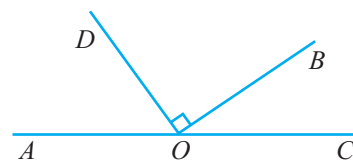
## TESTUL 1

**Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.****(30 de puncte)**

- (5p) 1. Rezultatul calculului  $(-7)(+9) - (+6)(-8)$  este egal cu:  
**a)** -15; **b)** -12; **c)** -5; **d)** 15.
- (5p) 2. Cel mai mare divizor comun al numerelor 18, 24 și 30 este egal cu:  
**a)** 2; **b)** 3; **c)** 6; **d)** 12.
- (5p) 3. Rezultatul calculului  $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$  este egal cu:  
**a)**  $-\frac{5}{6}$ ; **b)**  $\frac{1}{12}$ ; **c)**  $\frac{7}{12}$ ; **d)**  $\frac{5}{6}$ .
- (5p) 4. Valoarea numărului natural nenul  $n$  din proporția  $\frac{2n}{21} = \frac{14}{3n}$  este egală cu:  
**a)** 3; **b)** 6; **c)** 7; **d)** 14.
- (5p) 5. Soluția ecuației  $3x + 2 = -7$  este egală cu:  
**a)** -4; **b)** -3; **c)** 2; **d)** 3.
- (5p) 6. Dacă 12 pixuri costă 72 de lei, atunci 5 pixuri de același fel vor costa:  
**a)** 20 de lei; **b)** 25 de lei; **c)** 30 de lei; **d)** 36 de lei.

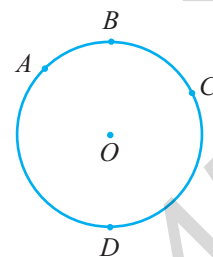
**Subiectul al II-lea. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.****(30 de puncte)**

- (5p) 1. În figura alăturată unghiurile  $AOB$  și  $BOC$  sunt adiacente suplimentare, iar  $\sphericalangle BOC = \frac{1}{4}\sphericalangle AOB$ . Dacă semidreapta  $OD$  este perpendiculară pe semidreapta  $OB$ , atunci măsura unghiului  $AOD$  este egală cu:  
**a)**  $48^\circ$ ; **b)**  $52^\circ$ ;  
**c)**  $54^\circ$ ; **d)**  $57^\circ$ .
- (5p) 2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel  $ABC$ , cu  $AB \equiv AC$ , iar semidreapta  $BD$ ,  $D \in AC$ , este bisectoarea unghiului  $ABC$ , astfel încât  $\sphericalangle BDC = 96^\circ$ . Măsura unghiului  $BAC$  este egală cu:  
**a)**  $62^\circ$ ; **b)**  $64^\circ$ ;  
**c)**  $66^\circ$ ; **d)**  $68^\circ$ .
- (5p) 3. În figura alăturată punctele  $A, B, C$  sunt situate pe cercul de centru  $O$ , astfel încât  $\widehat{BC} = \frac{\widehat{AC}}{2}$ , cu  $O \in AB$ , iar  $BC = 6$  cm. Lungimea diametrului  $AB$  este egală cu:  
**a)** 6 cm; **b)** 8 cm;  
**c)** 10 cm; **d)** 12 cm.





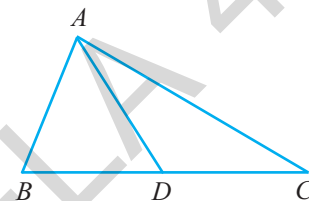
5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru  $O$ , pe care sunt situate punctele  $A, B, C, D$ , în această ordine, astfel încât  $0,(3) \cdot \widehat{AB} = 0,25 \cdot \widehat{BC} = 0,2 \cdot \widehat{CD} = 0,1(6) \cdot \widehat{DA}$ .



(2p) a) Determinați măsurile arcelor  $AB, BC, CD$  și  $DA$ .

(3p) b) Calculați măsura unghiului  $AOC$ .

6. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic  $ABC$ , cu  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = 12$  cm și punctul  $D$ , mijlocul ipotenuzei  $BC$ , astfel încât  $\sphericalangle DAC = 30^\circ$ .



(2p) a) Calculați perimetrul triunghiului  $ABD$ .

(3p) b) Calculați distanța de la punctul  $D$  la dreapta  $AC$ .

## TESTUL 2

### Subiectul I. Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului  $-12 - (-5)(+12) - (-6)(-9)$  este egal cu:

a)  $-8$ ;                      b)  $-7$ ;                      c)  $-6$ ;                      d)  $6$ .

- (5p) 2. Suma numerelor naturale prime mai mici decât 19 este egală cu:

a) 58;                      b) 59;                      c) 77;                      d) 78.

- (5p) 3. Suma divizorilor proprii ai numărului natural 24 este egală cu:

a) 35;                      b) 36;                      c) 59;                      d) 60.

- (5p) 4. Valoarea numărului rațional  $x = \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \frac{11}{12}$  este egală cu:

a)  $\frac{1}{2}$ ;                      b)  $\frac{3}{4}$ ;                      c)  $\frac{7}{8}$ ;                      d)  $\frac{5}{6}$ .

- (5p) 5. Un obiect costă 80 de lei. Se scumpește cu 20%. Prețul obiectului după scumpire este egal cu:

a) 84 de lei;                      b) 88 de lei;                      c) 92 de lei;                      d) 96 de lei.

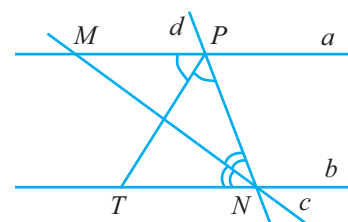
- (5p) 6. Dacă  $20\%a = 25\%b$ , atunci valoarea raportului  $r = \frac{7a-5b}{5b-a}$  este egală cu:

a) 1;                      b) 2;                      c) 3;                      d) 4.

### Subiectul al II-lea. Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele,  $a \parallel b$ , cu  $c \cap a = \{M\}$ ,  $c \cap b = \{N\}$ ,  $d \cap a = \{P\}$ ,  $d \cap b = \{N\}$ , semidreapta  $PT$  este bisectoarea unghiului  $MPN$  și semidreapta  $MN$  este bisectoarea unghiului  $PNT$ . Știind că  $\sphericalangle MPT = 3x^\circ + 21^\circ$ , iar  $\sphericalangle MNT = 3x^\circ - 9^\circ$ , atunci  $x$  este egal cu:



a)  $12^\circ$ ;                      b)  $13^\circ$ ;  
c)  $15^\circ$ ;                      d)  $18^\circ$ .

## ALGEBRĂ

## CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1. a)  $B = \{24, 36, 45, 123, 210, 300, 330\}$ ,  $C = \{24, 36, 56, 100, 210, 300, 330\}$ ,  $D = \{45, 65, 100, 125, 210, 245, 300, 330\}$ ;  
 b)  $B \cap C = \{24, 36, 210, 300, 330\}$ ,  $C \cap D = \{100, 210, 300, 330\}$ ,  $B \cap C \cap D = \{210, 300, 330\}$ . 2. a)  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
 b)  $\text{card } B = 4$ . 3. a)  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ; b)  $A \cap B = \{1, 3\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 7\}$ . 4.  $B = \{1, 2, 5, 12, 27, 58\}$ ,  $\text{card } B = 6$ .  
 5. a)  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ; b)  $B = \{0, 5\}$ ; c)  $C = \{2, 4, 8, 16, 32\}$ ; d)  $D = \{2, 3, 4, 5\}$ ; e)  $E = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ . 6.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A - B = \{0\}$ ,  $B - A = \{7\}$ .  
 7.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A - B = \{0, 1\}$ ,  $B - A = \{6, 7\}$ . 8.  $C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $\text{card } C = 7$ . 9.  $A = \{3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 9\}$ ,  $A \cap B = \{3, 5, 9\}$ ,  $A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $A - B = \{7\}$ ,  $B - A = \{2\}$ . 10.  $A = \{0, 1, 2, 5, 8, 17\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ,  $A \cap B = \{1, 2\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 17\}$ ,  $A - B = \{0, 5, 8, 17\}$ ,  $B - A = \{3, 4, 6, 12\}$ . 11.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A - B = \{1\}$ ,  $B - A = \{6, 7, 8\}$ ,  $(A \cup B) - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ .  
 12.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A - B = \{1, 2\}$ ,  $B - A = \{6, 7, 8, 9\}$ ,  $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{4\}$ . 13.  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $A - B = \{6, 7\}$ ,  $B - A = \{1\}$ ,  $\text{card}(A \cup B) = 7$ ,  $\text{card}(A \cap B) = 4$ ,  $\text{card}(A - B) = 2$ ,  $\text{card}(B - A) = 1$ ,  $7 - 4 = 2 + 1$  (A).  
 14.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4\}$ ,  $A - B = \{1\}$ ,  $B - A = \{5, 6\} \Rightarrow (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 5, 6\}$ ,  $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 5, 6\}$ . 15.  $A = \{4, 5, 6, \dots, 13, 14\}$ ,  $B = \{12, 13, 14, \dots, 16, 17\}$ ,  $A \cap B = \{12, 13, 14\}$ ,  $A \cup B = \{4, 5, 6, \dots, 15, 16, 17\}$ ,  $B - A = \{15, 16, 17\}$ ,  $A - B = \{4, 5, 6, \dots, 11\}$ . 16. a)  $A = \{3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ; b)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4\}$ ,  $A - B = \{5\}$ ,  $B - A = \{1, 2\}$ . 17.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ ,  $A - B = \{0, 1, 2\}$ ,  $B - A = \{6\}$ . 18. a)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 16\}$ ; b)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 16\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4, 6\}$ ,  $A - B = \{1, 3, 5\}$ ,  $B - A = \{16\}$ . 19. a)  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ; b)  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4\}$ ,  $A - B = \{0, 1\}$ ,  $B - A = \{5, 6\}$ . 20.  $A = \{4, 5, 8, 20\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20\}$ ,  $A \cap B = \{4, 5, 20\}$ ,  $A - B = \{8\}$ ,  $B - A = \{1, 2, 10\}$ .  
 21.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $C = \{2, 6, 7\}$ ,  $A \cap C = \{2\}$ ,  $B \cap C = \{6, 7\}$ ,  $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \{2, 6, 7\}$ .  
 22.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $(A \cap B) \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ,  $A \cap C = \{6, 7\}$ ,  $(A \cap C) \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $B \cap C = \{6, 7, 8\}$ ,  $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . 23. a)  $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ; b)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ ,  $A - B = \{6, 7\}$ ,  $B - A = \{1, 2\}$ . 24. a)  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ; b)  $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A - B = \{2\}$ ,  $B - A = \{8\}$ . 25.  $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cap B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A - B = \{3, 9\}$ ,  $B - A = \emptyset$ . 26.  $A = \{4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $(A \cup B) \cap C = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $A - C = \{4, 6\}$ ,  $(A - C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B - C = \{2, 4, 6\}$ ,  $(B - C) \cup A = \{2, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $C - A = \{1, 3, 9, 11\}$ ,  $(C - A) \cap B = \{1, 3\}$ ,  $A \cap B = \{4, 5, 6\}$ ,  $(A \cap B) \cup (B - C) = \{2, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cap B \cap C = \{5\}$ ,  $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ .  
 27.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $C = \{3, 7, 11, 15\}$ ,  $A \cap B = \{1, 3\}$ ,  $B \cap C = \{3, 7\}$ ,  $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{1, 3, 7\}$ ,  $A - B = \{2, 4\}$ ,  $B - C = \{1, 5\}$ ,  $(A - B) \cup (B - C) = \{1, 2, 4, 5\}$ ,  $(A - B) \cap (B \cap C) = \emptyset$ ,  $(B \cap C) \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ ,  $(A \cup B) \cap C = \{3, 7\}$ . 28.  $A = \{0, 2, 12\}$ ,  $B = \{2, 5, 12, 26\}$ ,  $A \cup B = \{0, 2, 5, 12, 26\}$ ,  $A \cap B = \{2, 12\}$ ,  $A - B = \{0\}$ ,  $B - A = \{5, 26\}$ . 29.  $A = \{1, 2, 4, 11\}$ ,  $B = \{2, 4, 10, 28\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 4, 10, 11, 28\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4\}$ ,  $A - B = \{1, 11\}$ ,  $B - A = \{10, 28\}$ . 30.  $A = \{1, 2, 5, 8, 17\}$ ,  $B = \{1, 5, 19\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 5, 8, 17, 19\}$ ,  $A \cap B = \{1, 5\}$ ,  $A - B = \{2, 8, 17\}$ ,  $B - A = \{19\}$ . 31.  $A = \{2, 6, 10, 14, 18\}$ ,  $B = \{2, 8\}$ ,  $A \cap B = \{2\}$ ,  $A \cup B = \{2, 6, 8, 10, 14, 18\}$ ,  $A - B = \{6, 10, 14, 18\}$ ,  $B - A = \{8\}$ . 32.  $A = \{0, 2, 3, 17\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 17\}$ ,  $A \cap B = \{0, 2, 3\}$ ,  $A - B = \{17\}$ ,  $B - A = \{1, 4, 5\}$ . 33.  $A = \{0, 2, 4, 18\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 18\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4\}$ ,  $A - B = \{0, 18\}$ ,  $B - A = \{3, 5, 6, 7, 8\}$ . 34.  $A = \{0, 1, 3, 6, 9, 15, 33\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 12\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 9, 12, 15, 33\}$ ,  $A \cap B = \{3\}$ ,  $A - B = \{0, 1, 6, 9, 15, 33\}$ ,  $B - A = \{2, 5, 12\}$ . 35.  $A = \{1, 3, 10\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 8\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 8, 10\}$ ,  $A - B = \{10\}$ ,  $B - A = \{2, 8\}$ . 36.  $A = \{0, 3, 6, 9\}$ ,  $B = \{0, 9\}$ ,  $A \cup B = \{0, 3, 6, 9\}$ ,